



# INTRODUCCIÓN AL DISEÑO SÍSMICO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ANTISISMICAS  
"ING. ALDO BRUSCHI"  
FACULTAD DE INGENIERIA - UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN

# Dinámica de sistemas de varios grados de libertad.

Estructuras  
Reales  
Continuas:

- \* Parámetros distribuidos
- \*  $\infty$  grados de libertad

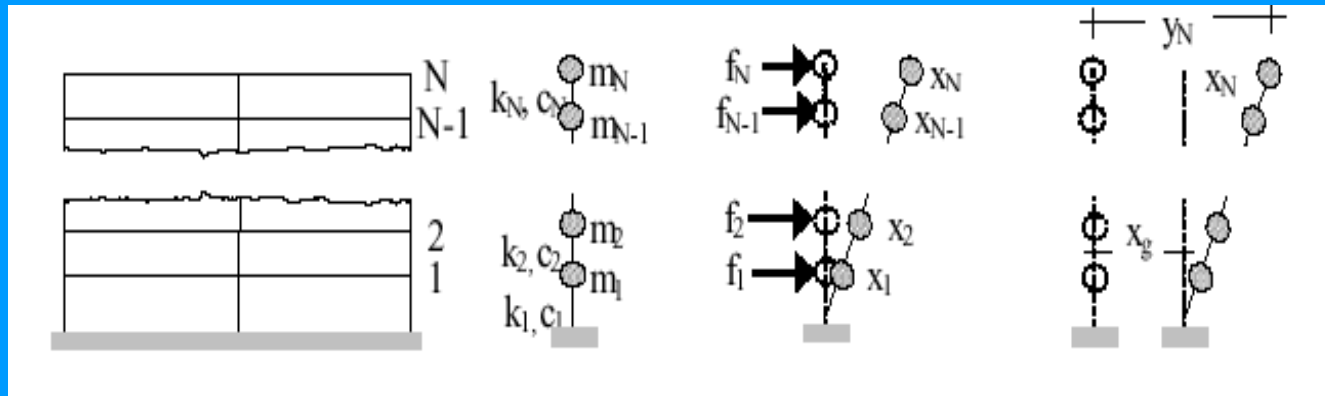
Discretización  
+  
Modelación

Estructuras  
Discretas:

- \* Parámetros concentrados
- \* n grados de libertad

# Sistema de varios grados de libertad

## Edificio de corte de varias plantas



- \* Vigas infinitamente rígidas
- \* Masas concentrada a nivel de losas.

## Ecuaciones de movimiento:

$$f_1 + k_2 (x_2 - x_1) - k_1 x_1 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_1 \dot{x}_1 = m_1 \ddot{x}_1$$

...

$$f_i + k_{i+1} (x_{i+1} - x_i) - k_i (x_i - x_{i-1}) +$$

$$c_{i+1} (\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) - c_i (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) = m_i \ddot{x}_i$$

...

$$f_N - k_N (x_N - x_{N-1}) - c_N (\dot{x}_N - \dot{x}_{N-1}) = m_N \ddot{x}_N$$

**En forma matricial:**

$$\{\mathbf{FI}\} + \{\mathbf{FD}\} + \{\mathbf{FR}\} = \{\mathbf{F}\}$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t)$$



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t)$$

Para el movimiento del terreno:  $X_g$

$$x_i = y_i - x_g \quad \text{desplazamientos absolutos } y_i$$

desplazamientos relativos a la base  $x_i$

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} - \mathbf{r} x_g \quad \mathbf{r} = (1, \dots, 1)^T$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{x}_g(t)$$

Efecto dinámico del movimiento sísmico horizontal equivale a una fuerza:

$$-m_i \ddot{x}_g(t)$$

Aplicada a la altura de cada planta

**En edificios que no son de cortante la ecuación matricial de movimiento no varía.**

**Pero las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento son distintas.**

**Edificios simétricos: ( el centro de gravedad coincide con el centro de rigidez)**

**El movimiento horizontal se puede analizar por separado en dos direcciones ortogonales mediante modelos planos (2D)**

**Edificios asimétricos:**

**Es necesario considerar que existen tres grados de libertad por planta (dos desplazamientos horizontales y un giro respecto del eje vertical de torsión)**

- \* La matriz de masa es diagonal y en los casos de estructuras asimétricas las magnitudes en la diagonal principal son  $m_i$  además de  $I_i$  que es el momento de inercia de la planta respecto del eje de giro- eje que pasa por el centro de rigidez.
- \* La matriz de rigidez puede obtenerse con un programa de análisis estático para lo cual la relación  $f = Kx$  indica que la  $i$ -ésima columna de  $K$  es igual a las fuerzas que deben aplicarse en cada planta para generar un desplazamiento horizontal unitario en la planta  $i$ -ésima.

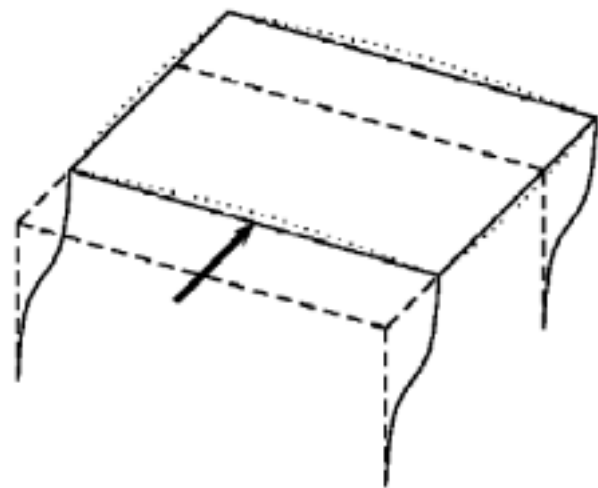


Figura 1: Diagramas flexible (...) y rígido (—) en su plano.

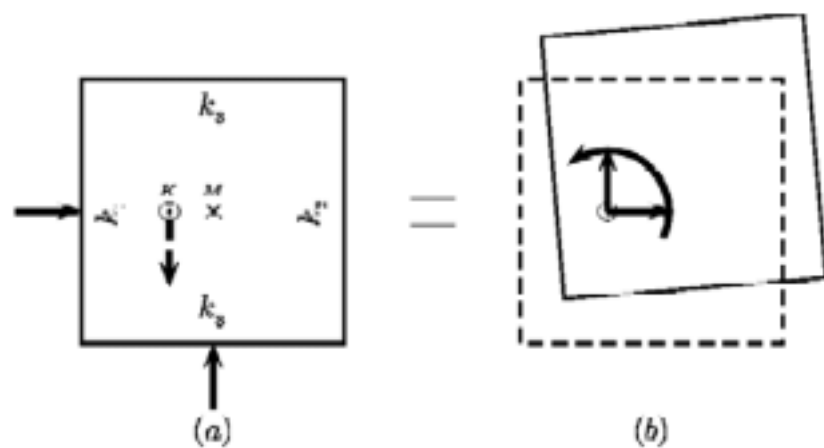


Figura 2: Grados de libertad en un diafragma rígido.

# ANÁLISIS MODAL

## Parámetros modales: sistema no amortiguado

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi} \exp i\omega t.$$

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}$$

Problema de autovectores

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0.$$

Ecuación característica

Por ser  $\mathbf{M}$  no singular y  $\mathbf{K}$  simétrica y definida positiva entonces existen  $N$  raíces reales  $\omega_i$

$$\omega_1 \leq \dots \leq \omega_N$$

Por lo que a cada valor propio le corresponde un vector propio  $\phi_i$  llamados modos propios de vibración

$$\boldsymbol{\Phi} = (\phi_1 \dots \phi_N)$$

$\boldsymbol{\Phi}$  se denomina *matriz modal*.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi} \boldsymbol{\eta}(t) = \boldsymbol{\phi}_1 \eta_1(t) + \cdots + \boldsymbol{\phi}_N \eta_N(t)$$

Esta expresión indica que la respuesta será la combinación lineal de los modos naturales de vibración

A  $\boldsymbol{\eta}$  se le llama vector de coordenadas modales.

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_j = \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j \omega_j^2$$

Si a esta expresión la afectamos en ambos miembros de:

$$\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i \text{ y } \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j$$

Se tiene que:

$$\begin{aligned} \omega_i^2 \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i &= \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i = (\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i)^T = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K}^T \boldsymbol{\phi}_j = \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_j \\ &= \omega_j^2 \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j = \cdots = \omega_j^2 \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i \end{aligned} \quad (16)$$

Como  $\omega_i$  y  $\omega_j$  son distintos, concluimos que:

$$\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j = 0; \quad \boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_j = 0 \quad i \neq j$$

Los vectores modales son ortogonales

Si a la expresión:  $\mathbf{x}(t) = \Phi \boldsymbol{\eta}(t) = \phi_1 \eta_1(t) + \dots + \phi_N \eta_N(t)$

La premultiplicamos por :  $\phi_i^T \mathbf{M}$

Y teniendo en cuenta las condiciones de ortogonalidad de:

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = 0; \quad \phi_i^T \mathbf{K} \phi_j = 0 \quad i \neq j$$

Llegamos a :

$$\eta_i(t) = \frac{\phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{x}(t)}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}$$

La ecuación de movimiento inicial queda::

$$\underbrace{\Phi^T \mathbf{M} \Phi}_{\tilde{\mathbf{M}}} \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \underbrace{\Phi^T \mathbf{C} \Phi}_{\tilde{\mathbf{C}}} \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \underbrace{\Phi^T \mathbf{K} \Phi}_{\tilde{\mathbf{K}}} \boldsymbol{\eta}(t) = \underbrace{\Phi^T \mathbf{f}(t)}_{\tilde{\mathbf{f}}(t)}$$

La matriz de masa y rigidez son diagonales pero no la de amortiguamiento.

Es común expresar a la matriz de amortiguamiento como:  $C = \alpha M + \beta K$  (Amortiguamiento de Raleigh), con o cual la matriz:  $\Phi^T C \Phi$  es diagonal

Con lo que la expresión:

$$\underbrace{\Phi^T M \Phi}_{\tilde{M}} \ddot{\eta}(t) + \underbrace{\Phi^T C \Phi}_{\tilde{C}} \dot{\eta}(t) + \underbrace{\Phi^T K \Phi}_{\tilde{K}} \eta(t) = \underbrace{\Phi^T f(t)}_{\tilde{f}(t)}$$

Se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) &= \frac{\phi_i^T f(t)}{\phi_i^T M \phi_i} \\ -L_i \ddot{x}_g(t) &= -\frac{\phi_i^T M r}{\phi_i^T M \phi_i} \ddot{x}_g(t) \end{aligned}$$

Ecuación análoga a la de un vibrador de un grado de libertad

$$\omega_i^2 = \frac{\tilde{k}_i}{\tilde{m}_i} = \frac{\phi_i^T \mathbf{K} \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}$$

$$\zeta_i = \frac{\tilde{c}_i}{2\tilde{m}_i\omega_i} = \frac{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i}{2\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i \omega_i}$$

$$L_i = \frac{\phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{r}}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}$$

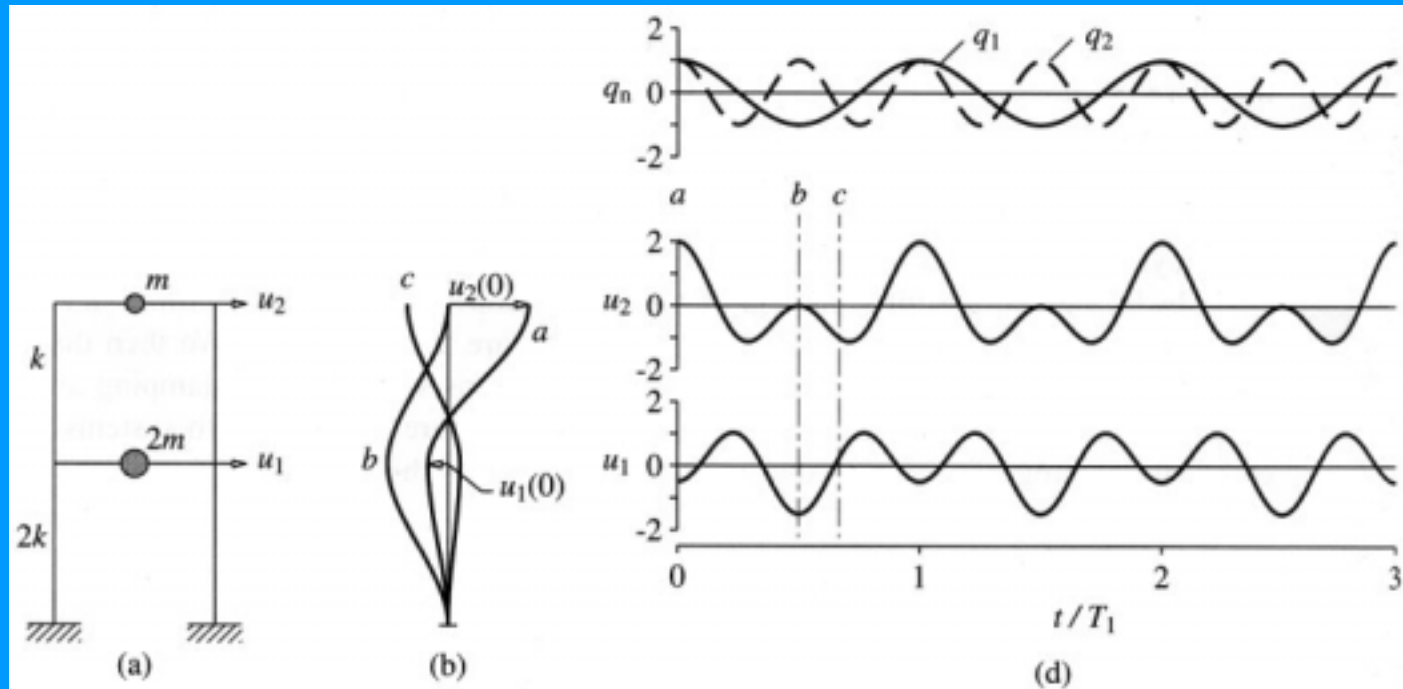
$L_i$  se denomina factor de participación modal y representa la cantidad de excitación que actúa sobre el modo “i” ; si  $L_i=0$  indica que la excitación es ortogonal al modo .

Una vez realizada la descomposición modal se resuelve el problema de una excitación cualquiera a través de *La superposición modal* por:

a)- Análisis espectral de las respuestas máximas de cada modo con lo que se determinan los desplazamientos máximos más probables y con estos los esfuerzos máximos más probables o,

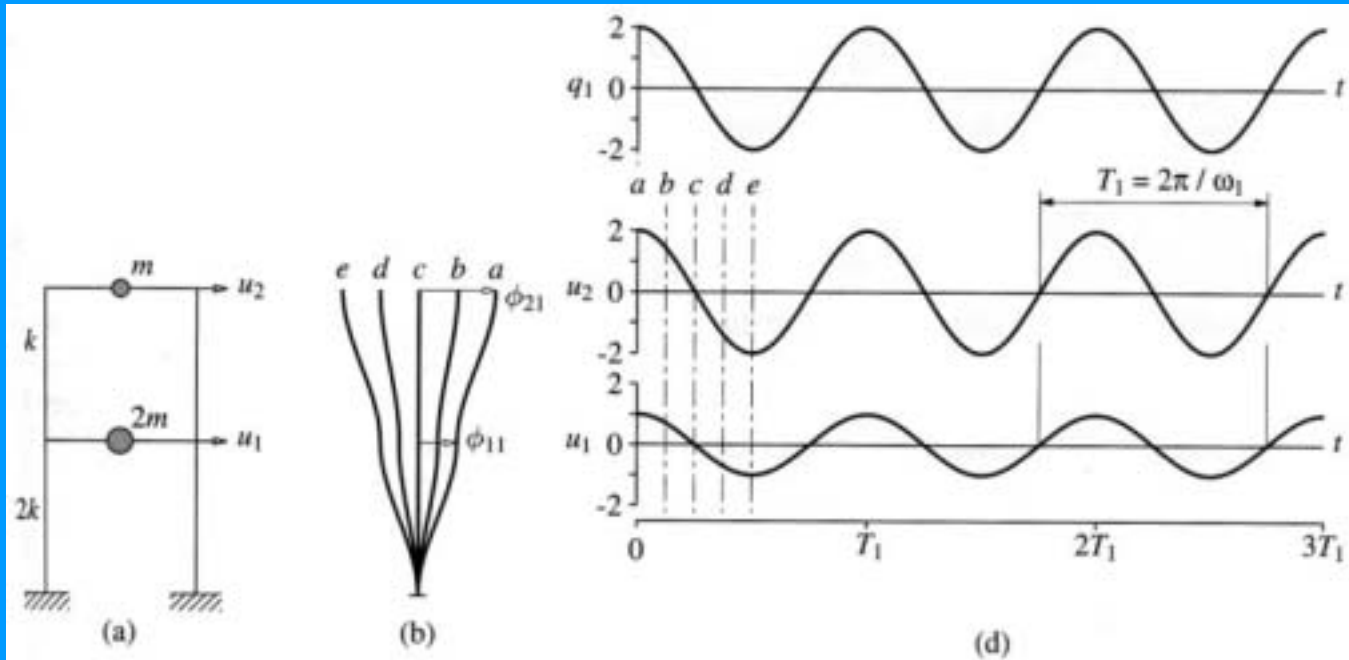
b) Integración paso a paso de las respuestas modales con lo que obtenemos los desplazamientos modales y con la combinación de estos permite obtener los máximos desplazamientos y de allí obtener los esfuerzos

Vibraciones libres no amortiguadas:  
Movimiento con desplazamiento inicial arbitrario.



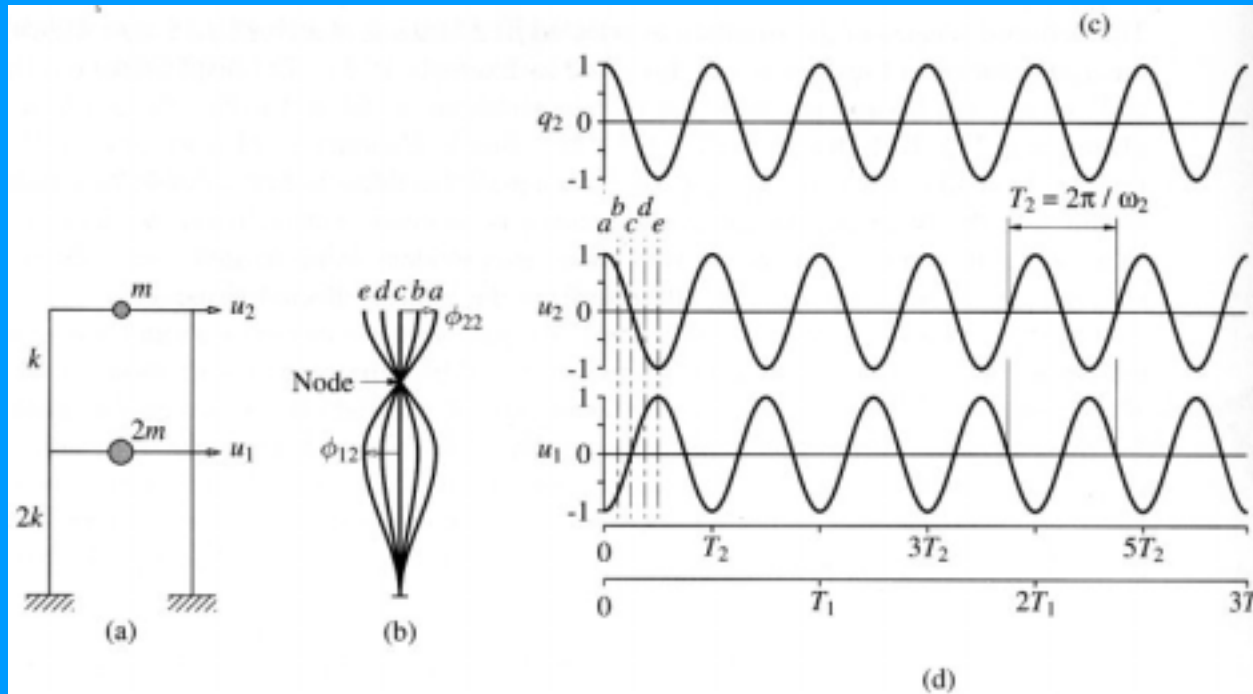
**Figure 10.1.1** Free vibration of an undamped system due to arbitrary initial displacement: (a) two-story frame; (b) deflected shapes at time instants  $a$ ,  $b$ , and  $c$ ; (c) modal coordinates  $q_n(t)$ ; (d) displacement history.

# Vibraciones libres no amortiguadas: Movimiento con desplazamiento inicial del primer modo



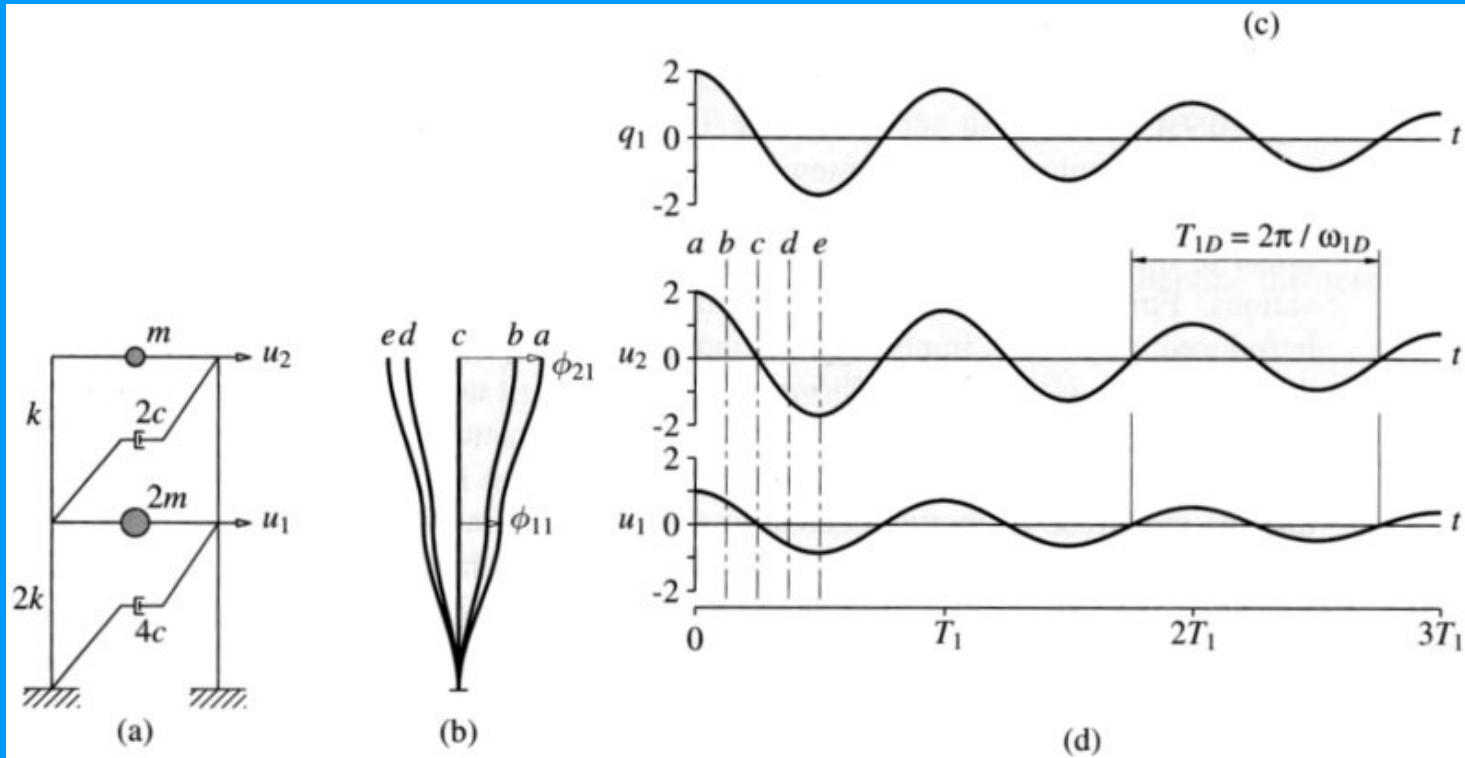
**Figure 10.1.2** Free vibration of an undamped system in its first natural mode of vibration: (a) two-story frame; (b) deflected shapes at time instants  $a, b, c, d,$  and  $e$ ; (c) modal coordinate  $q_1(t)$ ; (d) displacement history.

Vibraciones libres no amortiguadas:  
Movimiento con desplazamiento inicial del segundo modo.



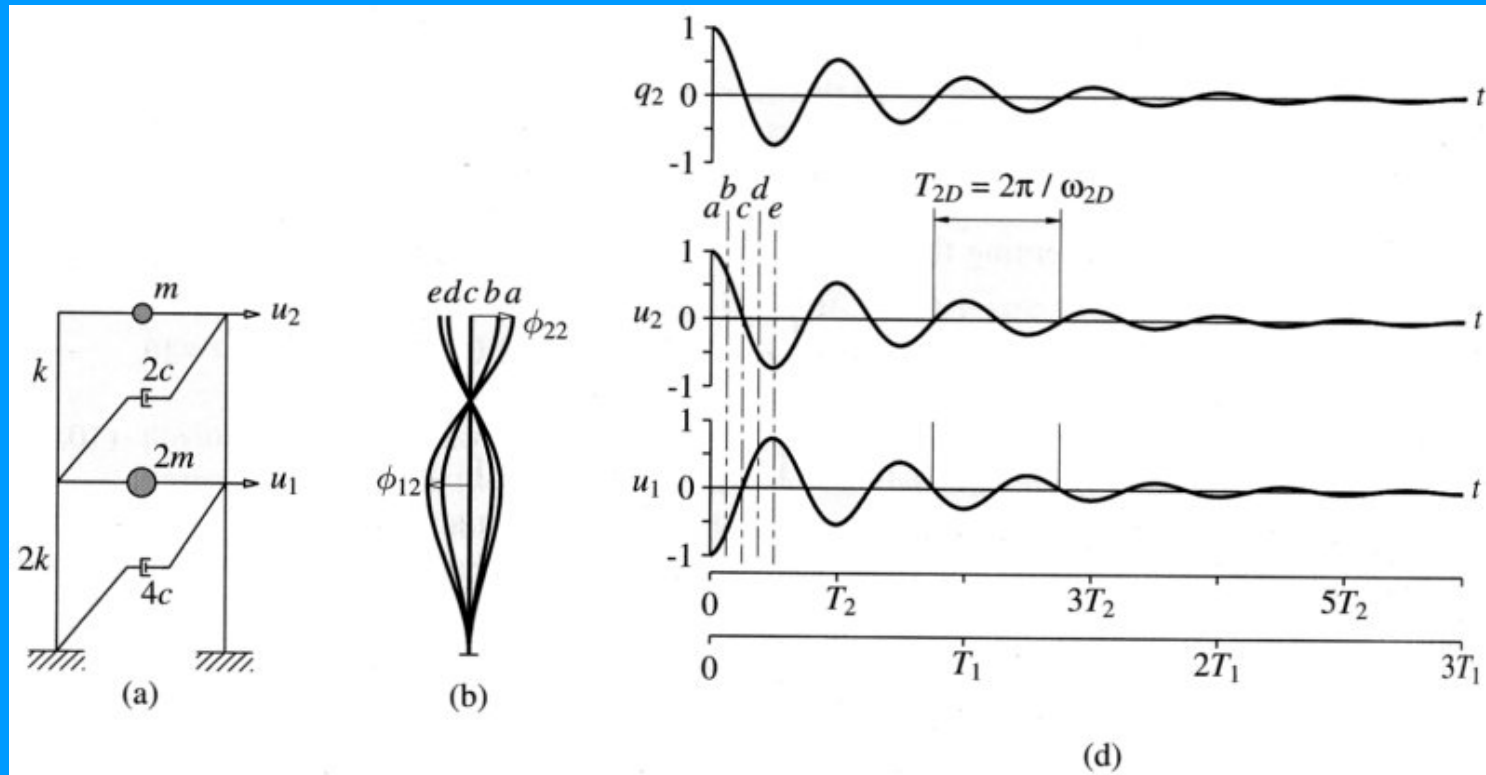
**Figure 10.1.3** Free vibration of an undamped system in its second natural mode of vibration: (a) two-story frame; (b) deflected shapes at the time instants  $a, b, c, d,$  and  $e$ ; (c) modal coordinate  $q_2(t)$ ; (d) displacement history.

# Vibraciones libres amortiguadas: Movimiento en el primer modo.



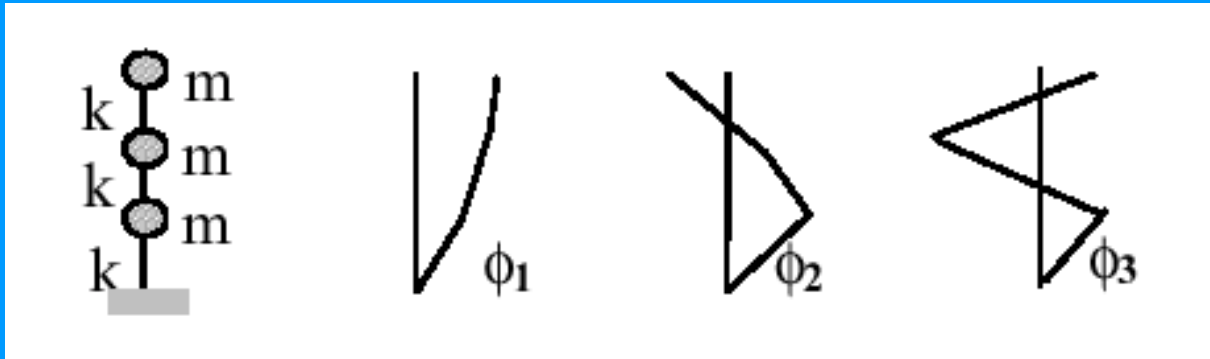
**Figure 10.9.3** Free vibration of a classically damped system in the first natural mode of vibration: (a) two-story frame; (b) deflected shapes at time instants  $a, b, c, d,$  and  $e$ ; (c) modal coordinate  $q_1(t)$ ; (d) displacement history.

# Vibraciones libres amortiguadas: Movimiento en el segundo modo.



**Figure 10.9.4** Free vibration of a classically damped system in the second natural mode of vibration: (a) two-story frame; (b) deflected shapes at time instants  $a, b, c, d,$  and  $e$ ; (c) modal coordinate  $q_2(t)$ ; (d) displacement history.

Ejemplo de una estructura de tres grados de libertad:



$$\mathbf{M} = m\mathbf{I}$$

$$\mathbf{K} = k \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = c \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\omega_1 = 0,445 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\phi_1^T = (0,328; 0,591; 0,737)$$

Ejemplo de una estructura de tres grados de libertad:

$$\omega_2 = 1,247 \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$\phi_2^T = (0,737; 0,328; -0,591)$$

$$\omega_3 = 1,802 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\phi_3^T = (0,591; -0,737; 0,328)$$

$$L_1 = \frac{\phi_1^T \mathbf{M} \mathbf{r}}{\phi_1^T \mathbf{M} \phi_1} = 1,656$$
$$L_2 = \frac{\phi_2^T \mathbf{M} \mathbf{r}}{\phi_2^T \mathbf{M} \phi_2} = 0,474$$
$$L_3 = \frac{\phi_3^T \mathbf{M} \mathbf{r}}{\phi_3^T \mathbf{M} \phi_3} = 0,182$$

ANÁLISIS SÍSMICO DE EDIFICIOS

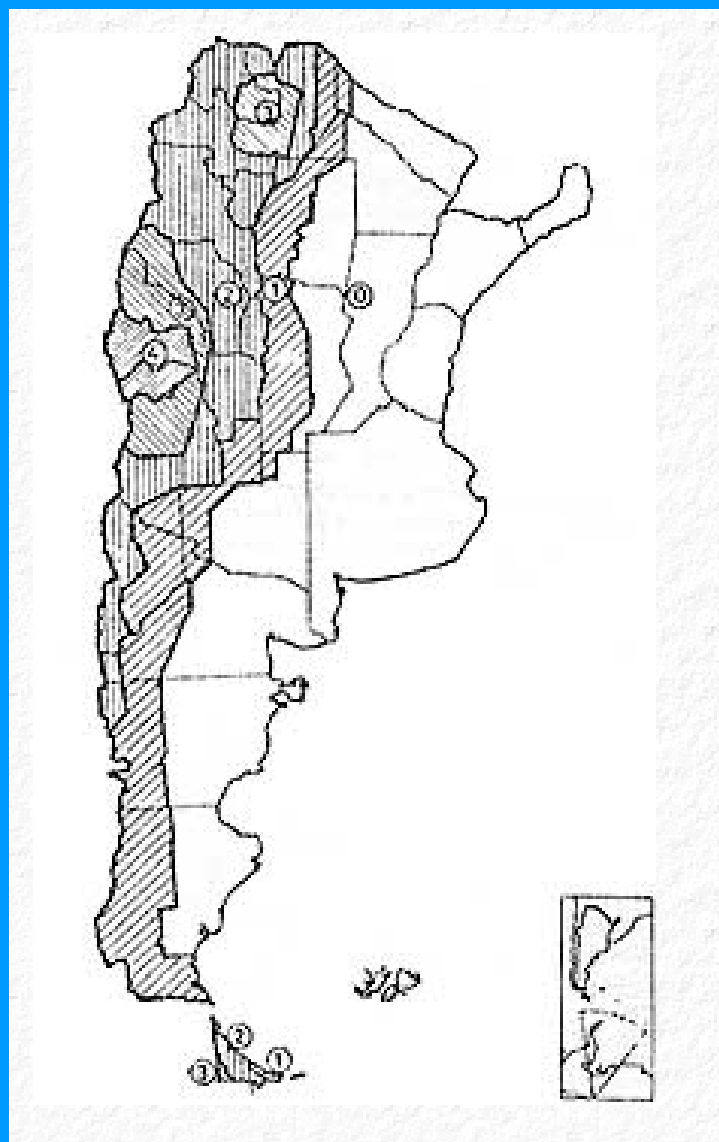
SEGÚN EL REGLAMENTO  
INPRES - CIRSOC 103.

## REGLAMENTO INPRES - CIRSOC 103.

### OBJETIVOS:

- Evitar pérdidas de vidas humanas y accidentes que pudieran originarse por la ocurrencia de cualquier evento sísmico, protegiendo los servicios y bienes de la población.
- Evitar daños en la estructura y en las componentes de la construcción durante los sismos de frecuente ocurrencia.
- Reducir al mínimo los daños en las componentes no-estructurales y evitar perjuicios en la estructura durante los sismos de mediana intensidad.
- Evitar que se originen colapsos y daños que puedan poner en peligro a las personas o que inutilicen totalmente las estructuras durante sismos muy severos de ocurrencia extraordinaria.
- Lograr que las construcciones esenciales destinadas a los servicios de emergencia continúen funcionando, aún ante sismos destructivos.

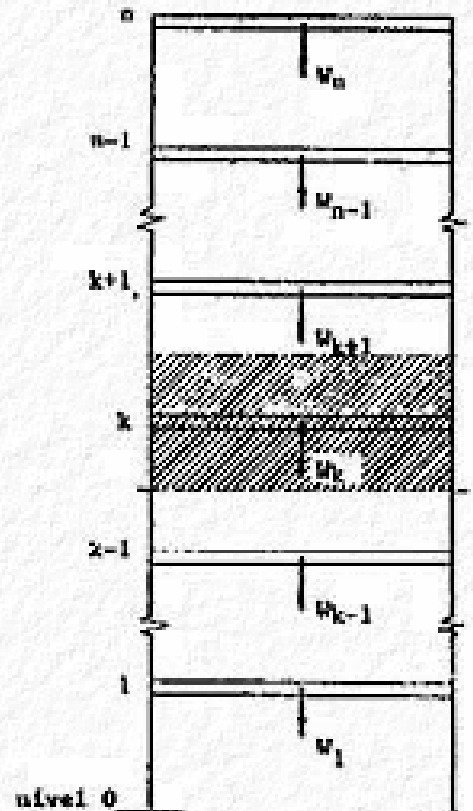
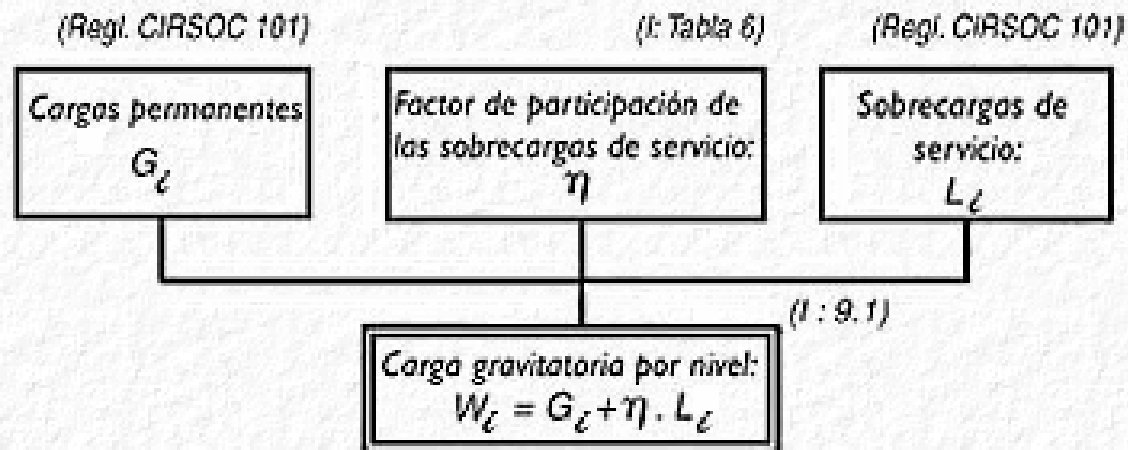
# Zonificación Sísmica



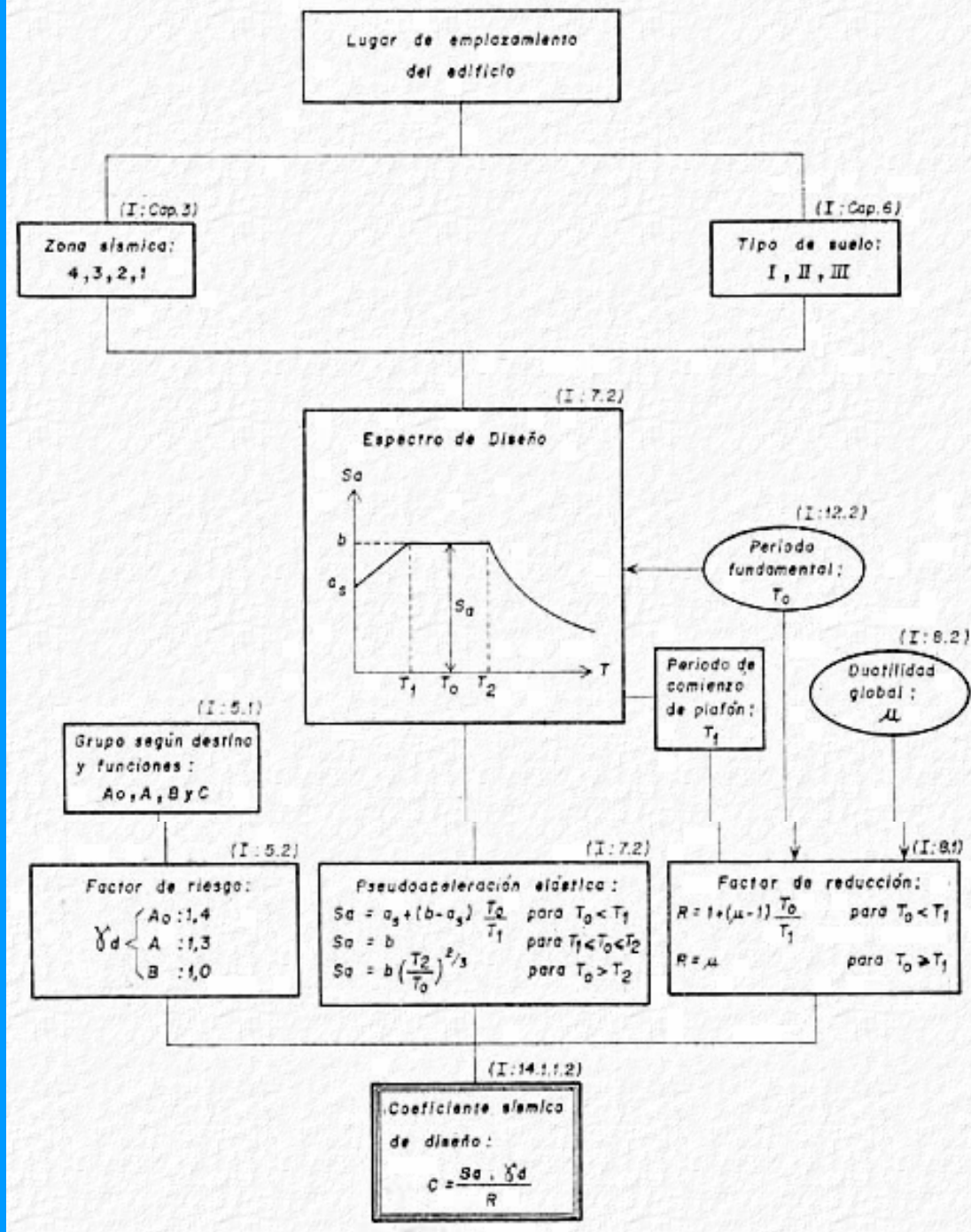
## REFERENCIAS

Zona	Peligrosidad sísmica
①	muy reducida
②	reducida
③	moderada
④	elevada
⑤	muy elevada

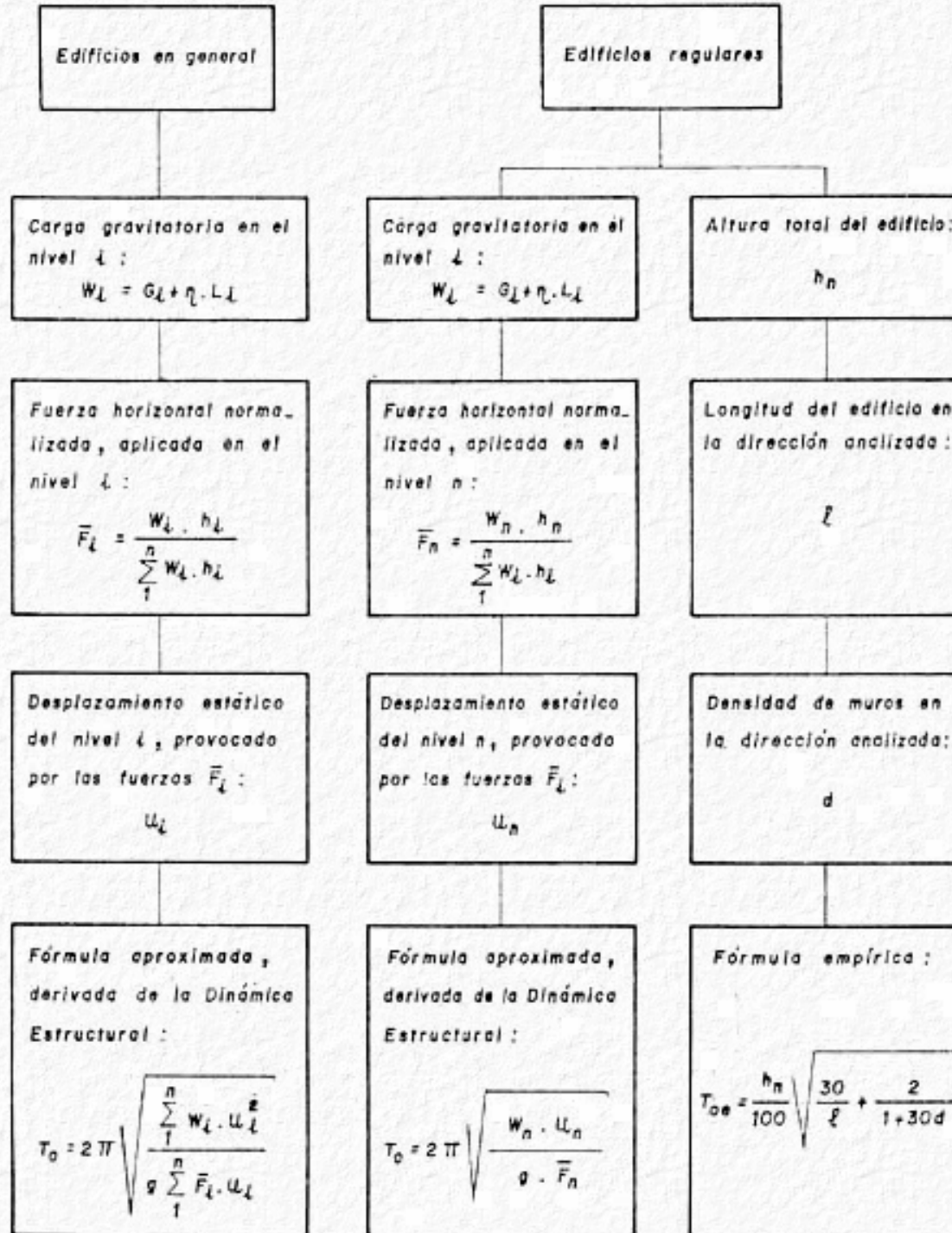
Determinación del sistema de cargas gravitatorias concentradas en los niveles de estrepto y techo del edificio.



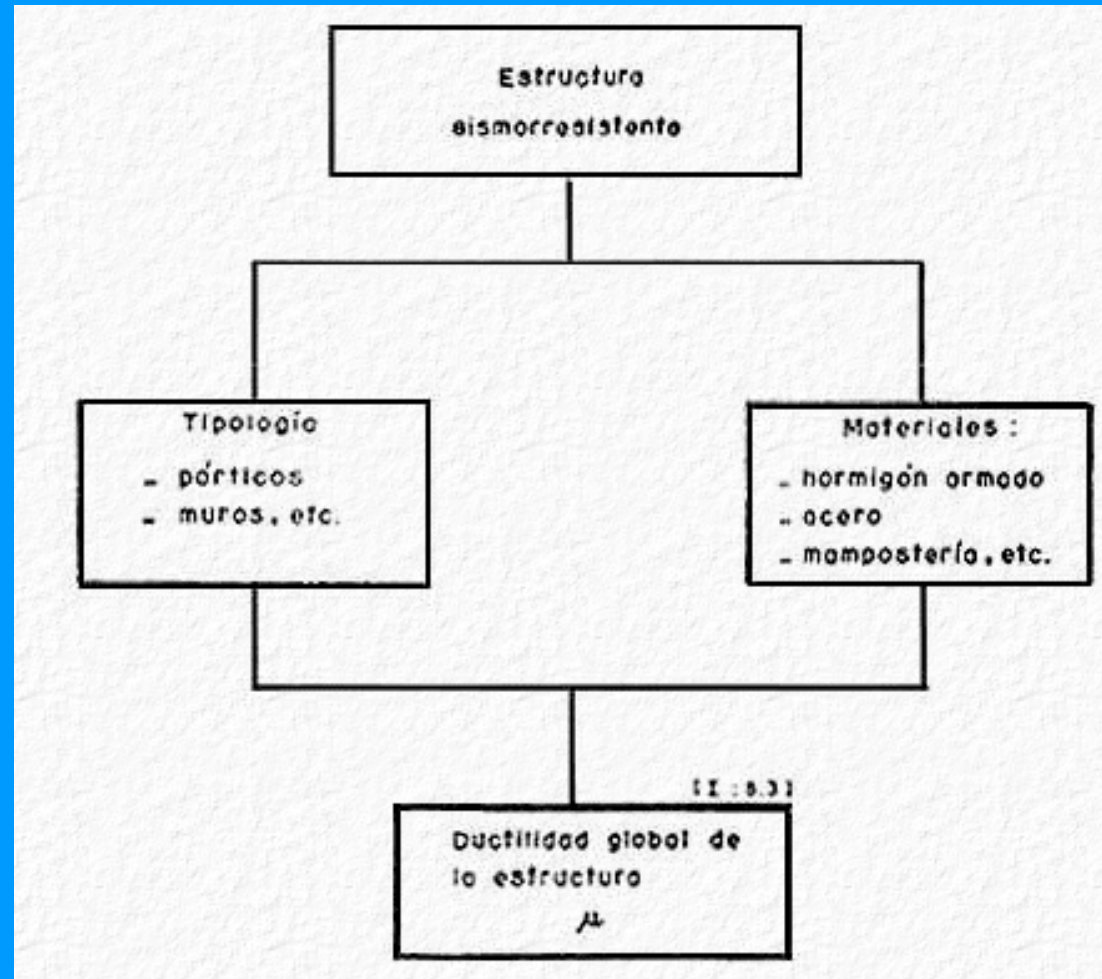
# Determinación del Coeficiente Sísmico de Diseño



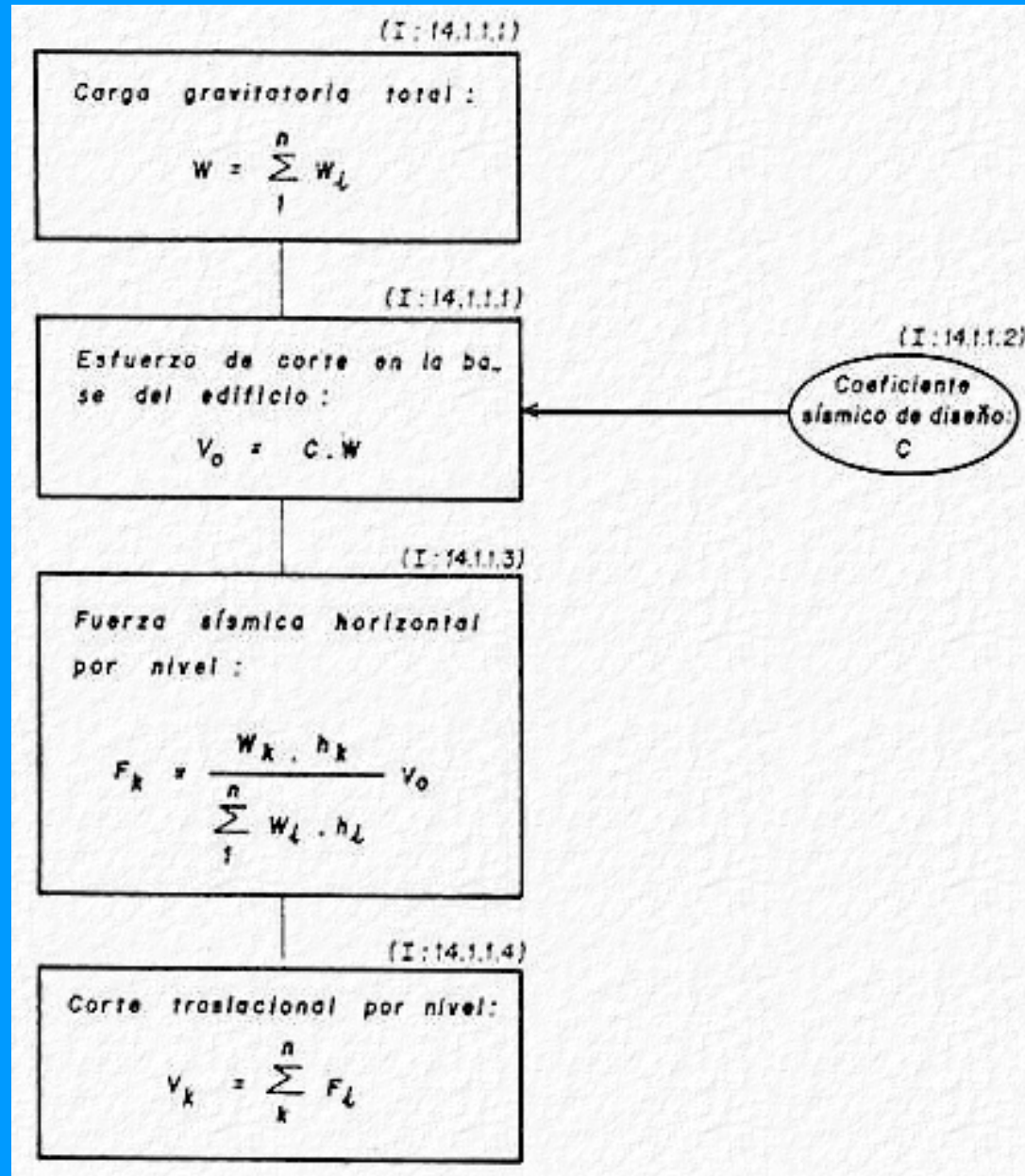
# Determinación del Período fundamental de vibración del edificio



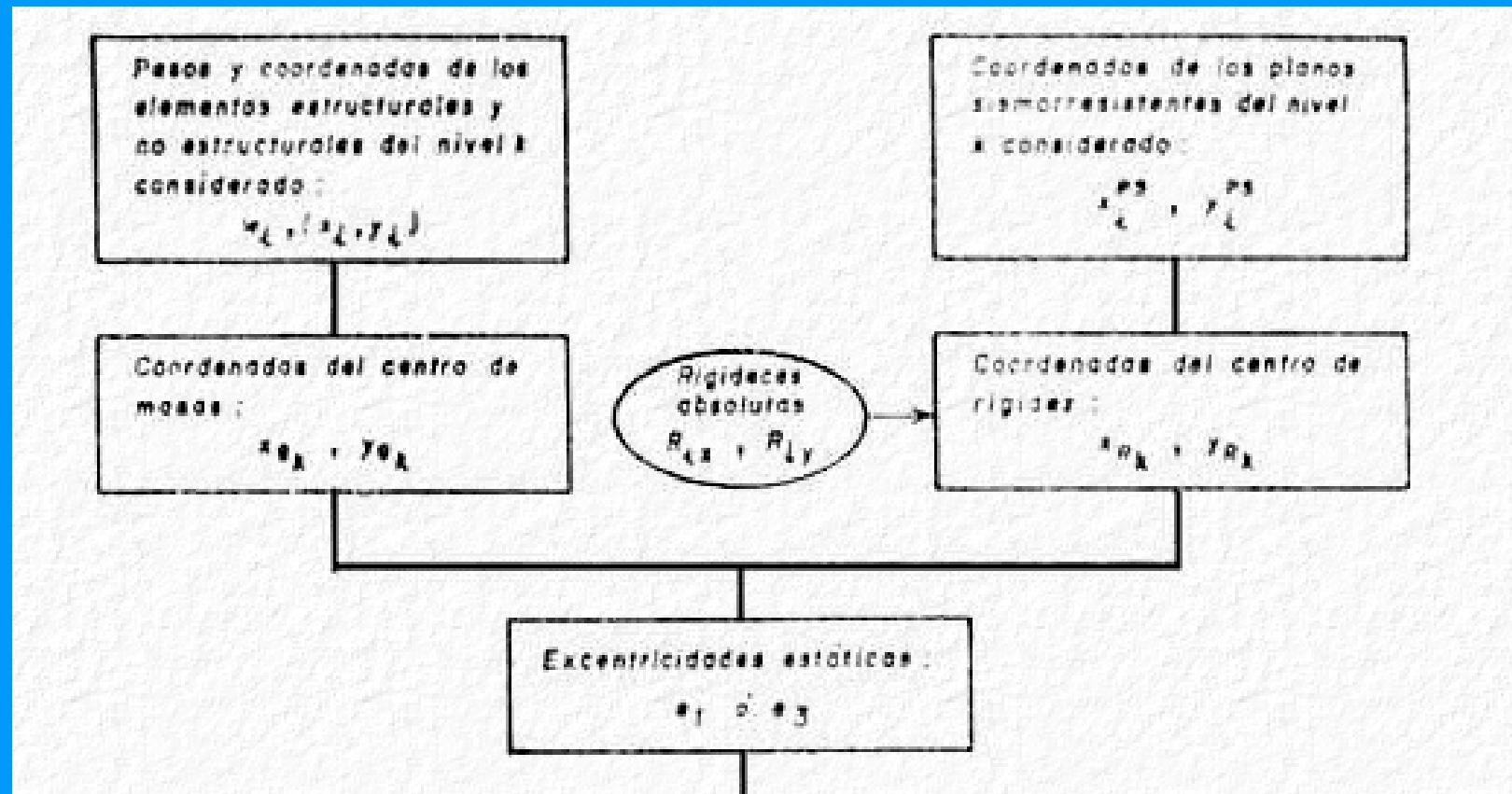
# Determinación de la ductilidad global $\mu$ de la estructura.

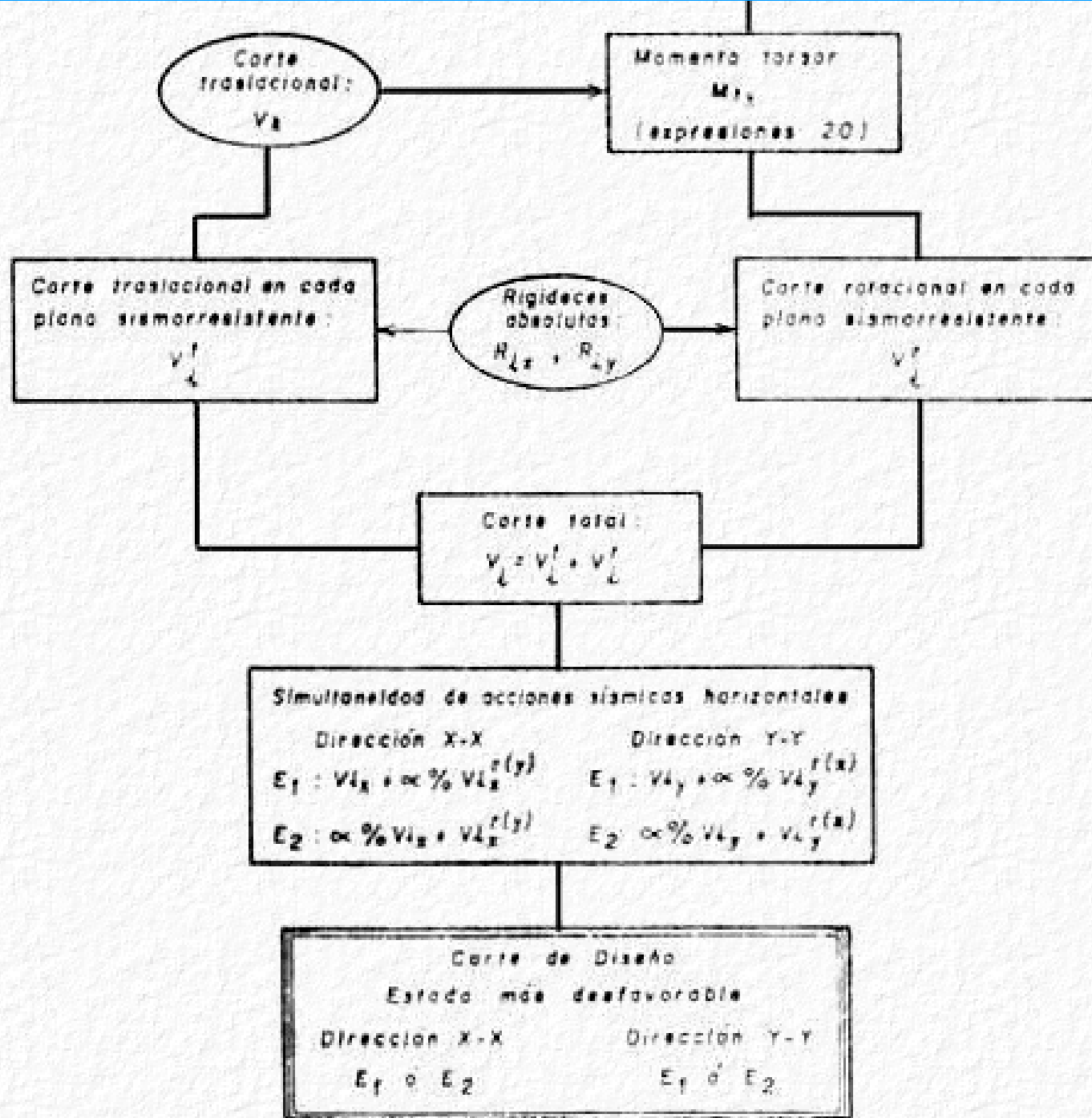


# Distribución en altura del esfuerzo de corte en la base del edificio

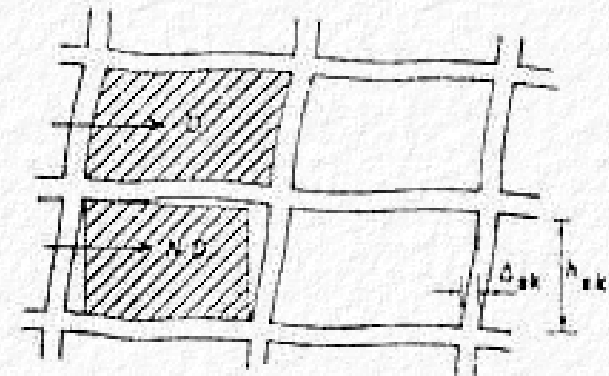
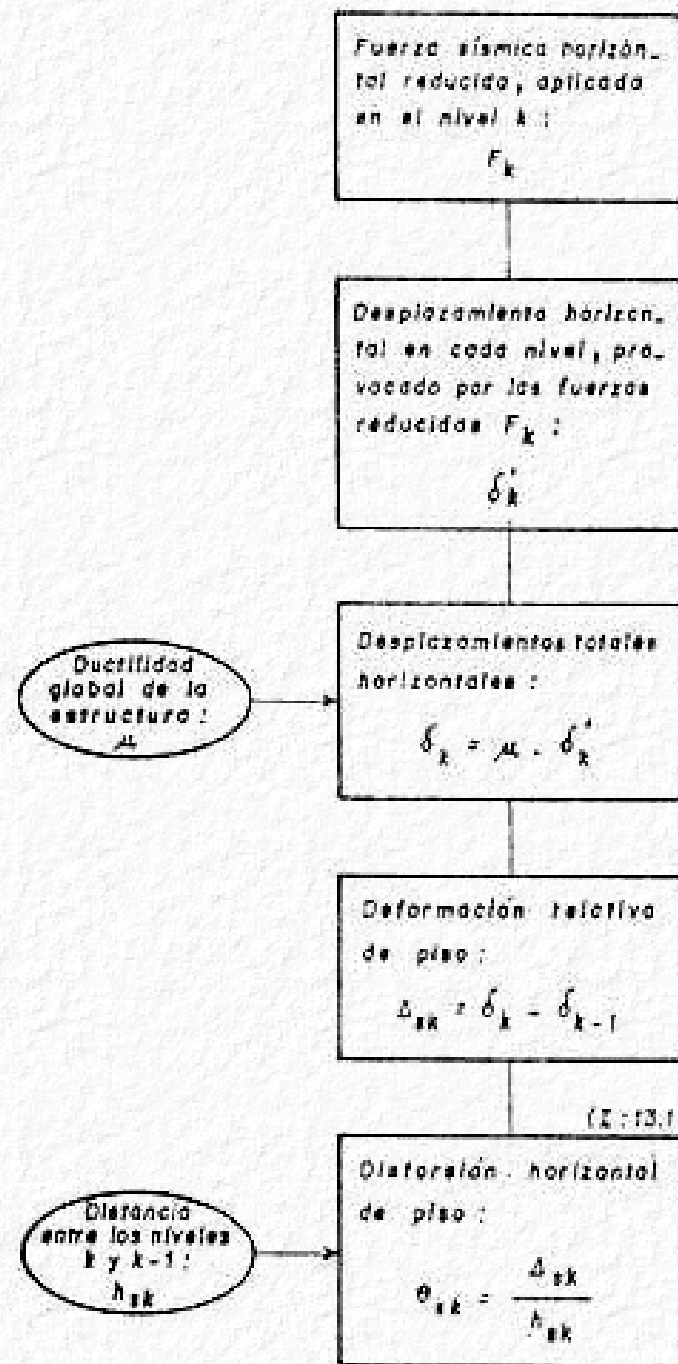


Determinación del corte de diseño en cada uno de los planos sismorresistentes que conforman la estructura del edificio.





# Procedimiento para el control de la distorsión de piso.



Condición D.: muro integrado a la estructura  
 Condición N.O.: muro separado de la estructura

Valores Límite de la distorsión horizontal  $\theta_{sk}$  de piso:  
 (S-13.1.1, Tabla 8)

Condición	Grupo de la construcción		
	A <sub>0</sub>	A	B
D.	0,010	0,011	0,014
N.O.	0,010	0,015	0,019

# Métodos de Análisis

Los métodos de análisis para determinar los efectos de las excitaciones sísmicas, son los siguientes:

a) Procedimientos con fuerzas estáticas equivalentes

- Método Estático.
- Procedimientos aproximados indicados en el Capítulo 16.

b) Métodos dinámicos

- Análisis Modal Espectral.
- Superposición Modal Paso a Paso.
- Integración Directa Paso a Paso.

La elección del procedimiento y el nivel mínimo del análisis a utilizar se realizarán teniendo en cuenta las limitaciones indicadas específicamente para cada uno de ellos.